数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 実数x, yは

$$3^{1+\log_{10}x}-5^y=1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

を満たしている。このとき

$$K=\frac{5^y}{3}+3^{-\log_{10}x}$$

の最小値を求めよう。

真数の条件により$x>\boxed{\text{ア}}$である。ただし，対数$\log_a b$に対し，aを底といい，bを真数という。次に，(＊)より

$$5^y=\boxed{\text{イ}}\cdot 3^{\log_{10}x}-1$$

である。$z=3^{\log_{10}x}$とおくと，$5^y>0$であるから，zのとり得る値の範囲は

$$z>\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。さらに

$$K=z+\frac{\boxed{\text{オ}}}{z}-\frac{1}{\boxed{\text{カ}}}$$

となるから，Kは$z=\boxed{\text{キ}}$のとき，最小値$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$をとる。このとき，$x=\boxed{\text{コ}}$, $y=\log_{\boxed{\text{サ}}}\boxed{\text{シ}}$である。

（数学Ⅱ・数学B第1問は18ページに続く。）

〔2〕 a を正の定数とする。点Oを原点とする座標平面において，中心がOで，半径が1の円と半径が2の円をそれぞれ C_1，C_2 とする。$\theta \geqq 0$ を満たす実数 θ に対して，角 $a\theta$ の動径と C_1 との交点をPとし，角 $\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\theta}{3}$ の動径と C_2 との交点をQとする。ここで，動径はOを中心とし，その始線は x 軸の正の部分とする。

(1) $\theta=\pi$ のとき，Qの座標は $\left(\sqrt{\boxed{\text{ス}}},\ \boxed{\text{セ}}\right)$ である。

(2) 3点O，P，Qがこの順に一直線上にあるような最小の θ の値は

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}\,a+\boxed{\text{チ}}}\pi$$

である。θ が

$$0 \leqq \theta \leqq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}\,a+\boxed{\text{チ}}}\pi$$

の範囲を動くとき，円 C_2 において点Qの軌跡を弧とする扇(おうぎ)形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}\,a+\boxed{\text{ト}}}\pi$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(3) 線分 PQ の長さの 2 乗 PQ^2 は

$$\boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}\,a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\theta\right)$$

である。

(4) x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}\,a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}x\right)$$

とおき，$f(x)$ の正の周期のうち最小のものが 4π であるとすると，

$a = \dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

第2問 (必答問題) (配点 30)

a を正の実数とし，x の2次関数 $f(x)$，$g(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2$$

$$g(x) = -x^2 + 3ax - 2a^2$$

とする。また，放物線 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ をそれぞれ C_1，C_2 とする。

(1) C_1 と C_2 の共有点をPとすると，点Pの座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a,\ \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}a^2\right)$

である。また，点Pにおける C_1 の接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}ax - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}a^2$$

である。

(2) C_1 と x 軸および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。また，C_2 と x 軸の交点の x 座標は $\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シス}}$ であり，C_2 と x 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^3$ である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(3) $0 \leqq x \leqq 2$ の範囲で，二つの放物線 C_1，C_2 と 2 直線 $x=0$，$x=2$ で囲まれた図形を R とする。R の中で，$y \geqq 0$ を満たすすべての部分の面積 $S(a)$ は

$0 < a \leqq \boxed{\text{タ}}$ のとき $S(a) = -\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^3 + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

$\boxed{\text{タ}} < a \leqq \boxed{\text{チ}}$ のとき

$$S(a) = -\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}a^3 + \boxed{\text{ト}}\,a^2 - \boxed{\text{ナ}}\,a + \boxed{\text{ニ}}$$

$\boxed{\text{チ}} < a$ のとき $S(a) = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

である。したがって，a が $a > 0$ の範囲を動くとき，$S(a)$ は $a = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ で

最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ をとる。

第3問 (選択問題) (配点　20)

(1) 数列$\{a_n\}$は初項が7，公差が-4の等差数列とする。数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{アイ}}\,n + \boxed{\text{ウエ}}$$

であり，初項から第n項までの和は

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \boxed{\text{オカ}}\,n^2 + \boxed{\text{キ}}\,n$$

である。

(2) 数列$\{b_n\}$は，第n項が

$$b_n = pn^2 - qn - r$$

というnの2次式で表され

$$b_{n+1} - 2b_n = \boxed{\text{オカ}}\,n^2 + \boxed{\text{キ}}\,n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\cdots) \qquad \cdots ①$$

を満たすとする。このとき

$$p = \boxed{\text{ク}},\quad q = \boxed{\text{ケ}},\quad r = \boxed{\text{コ}}$$

であり，$b_1 = \boxed{\text{サシ}}$である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

さらに，次の条件によって定まる数列$\{c_n\}$を考えよう。

$$c_1 = 1$$

$$c_{n+1} - 2c_n = \boxed{\text{オカ}}\,n^2 + \boxed{\text{キ}}\,n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots ②$$

①と②より，$d_n = c_n - b_n$とおくと

$$d_{n+1} - \boxed{\text{ス}}\,d_n = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つ。これより，数列$\{c_n\}$の一般項は

$$c_n = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^{\,n-1} + \boxed{\text{ク}}\,n^2 - \boxed{\text{ケ}}\,n - \boxed{\text{コ}}$$

である。

数列$\{c_n\}$の初項から第n項までの和$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c_k$は

$$\boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}^{\,n} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\,n^3 - \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\,n^2 - \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\,n - \boxed{\text{ノ}}$$

となる。

第4問 (選択問題) (配点 20)

四面体OABCにおいて，OA = OB = BC = $\sqrt{2}$，OC = CA = AB = $\sqrt{3}$ である。$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。

(1) $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \boxed{\text{ア}}$ であり，$\vec{a} \cdot \vec{b} = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

また，$\vec{b} \cdot \vec{c} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$\vec{c} \cdot \vec{a} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(2) 直線 AB 上の点 P を $\overrightarrow{\mathrm{CP}}\cdot\vec{a}=0$ であるようにとると

$$\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{b}-\vec{c}$$

となり，点 P は線分 AB を $1:\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に内分する。また，$\overrightarrow{\mathrm{CP}}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{ス}}$

であり，$|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

$\overrightarrow{\mathrm{CP}}$ は三角形 $\boxed{\text{チ}}$ の各辺と垂直であるから，直線 CP は三角形 $\boxed{\text{チ}}$ を含む平面に垂直である。ただし，$\boxed{\text{チ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ ABC　　① OBC　　② OAC　　③ OAB

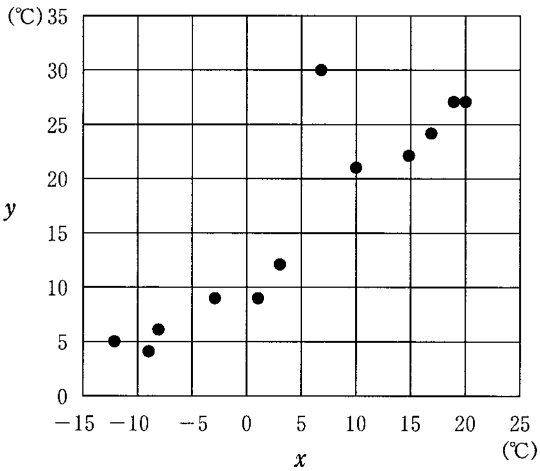
三角形 $\boxed{\text{チ}}$ の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であるから，四面体 OABC の体積は

$\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点 20）

ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を変量 x，最高気温を変量 y とする。ただし，単位は℃とし，最低気温と最高気温は，一日の最低気温と最高気温について月ごとに平均をとり，小数第1位を四捨五入したものとする。

次の図は，変量 x と変量 y の相関図（散布図）である。



以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1) 1月から12月までの変量 x は次のとおりであった。

−12，−9，−3，3，10，17，20，19，15，7，1，−8 （単位は℃）

この12個の値の平均値は $\boxed{ア}.\boxed{イ}$ ℃，中央値は $\boxed{ウ}.\boxed{エ}$ ℃である。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(2) 1月から12月までの12か月を，変量xが0℃未満の四つの月からなるAグループと，0℃以上の八つの月からなるBグループとに分けて分析した。このとき，Aグループにおける変量xの平均値は$\boxed{\text{オカ}}.\boxed{\text{キ}}$℃であり，分散は$\boxed{\text{クケ}}.\boxed{\text{コ}}$である。

また，Aグループにおける変量yの平均値は6.0℃で，Bグループにおける変量yの平均値は21.5℃であった。このとき，1月から12月までの変量yの平均値は$\boxed{\text{サシ}}.\boxed{\text{ス}}$℃である。

変量xと変量yの相関図のデータの中で，入力ミスが見つかった。変量xの値が7℃，変量yの値が30℃となっている月の変量yの値は，正しくは18℃であった。

(3) この誤りを修正すると，変量yの平均値は$\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソ}}$℃減少する。また，変量$y$の分散は$\boxed{\text{タ}}$する。ただし，$\boxed{\text{タ}}$については，当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 修正前より増加　　① 修正前より減少　　② 修正前と一致

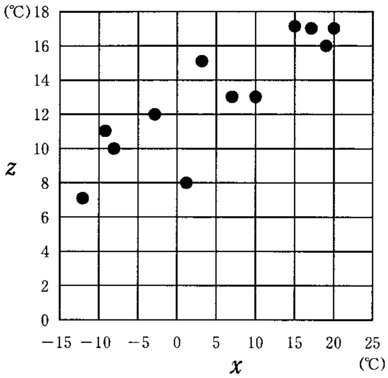
(4) 修正前の変量yの中央値は$\boxed{\text{チ}}$℃であるが，修正後には変量yの中央値は$\boxed{\text{ツ}}$℃となる。$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$の数値として適当なものを，相関図を参考にして，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。

⓪ 13.5　　① 15.0　　② 16.5　　③ 18.0

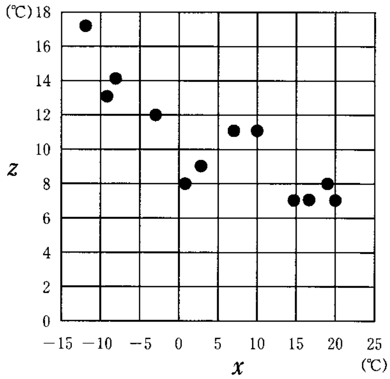
(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(5) 誤りを修正した後の寒暖の差(最高気温と最低気温の差)を変量 $z(=y-x)$ とする。変量 z の平均値は $\boxed{\text{テト}}$.$\boxed{\text{ナ}}$ ℃であり，変量 x と変量 z の相関図として適当なものは $\boxed{\text{ニ}}$ である。ただし， $\boxed{\text{ニ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

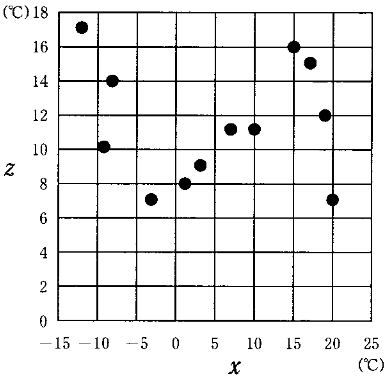
⓪



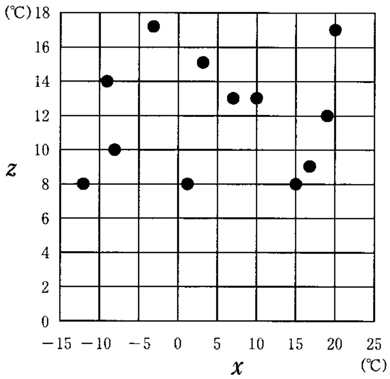
①



②



③



(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(6) この都市の1月から12月までの最低気温 x と寒暖の差 z について，

$\boxed{\text{ヌ}}$ という傾向があると考えられる。 $\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，次の

⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 正の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい

① 正の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい

② 負の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい

③ 負の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい

④ 相関関係はほとんどなく，最低気温によって寒暖の差は影響を受けない

第6問 (選択問題) (配点 20)

互除法(ユークリッドの互除法)によって自然数 x, y の最大公約数を求めるため，次の〔プログラム〕を作成した。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "x=": X
110 INPUT PROMPT "y=": Y
120 IF X<Y THEN
ア
160 END IF
170 IF Y=0 THEN
180     PRINT イ
190     GOTO ウ
200 END IF
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
240 LET X=Y
250 LET Y=R
260 GOTO エ
270 END
```

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ は3行からなり，変数Xと変数Yの値を交換する処理を表す。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

(1) 〔プログラム〕の $\boxed{\text{ア}}$ に入る3行に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪
```
130    LET X=Y
140    LET Y=Z
150    LET Z=X
```

①
```
130    LET X=Y
140    LET Z=X
150    LET Y=Z
```

②
```
130    LET Y=Z
140    LET Z=X
150    LET X=Y
```

③
```
130    LET Y=Z
140    LET X=Y
150    LET Z=X
```

④
```
130    LET Z=X
140    LET X=Y
150    LET Y=Z
```

⑤
```
130    LET Z=X
140    LET Y=Z
150    LET X=Y
```

(2) $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ X　　① Y　　② R　　③ X*Y　　④ X*R　　⑤ Y*R

(3) $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる行番号を，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪ 100　　① 170　　② 210　　③ 230　　④ 260　　⑤ 270

(4) 〔プログラム〕を実行して，変数Xに98，また変数Yに54を入力したとき，170行は $\boxed{\text{オ}}$ 回，220行は $\boxed{\text{カキ}}$ 回実行される。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

(5) 〔プログラム〕中の次の3行

```
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
```

で行う処理は, $\boxed{\text{ク}}$ で置き換えることができる。 $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。ただし，INT(X) はXを超えない最大の整数を表す関数である。

⓪ LET R=X-INT(X/Y)*X

① LET R=X-INT(Y/X)*X

② LET R=X-INT(X/Y)*Y

③ LET R=Y-INT(Y/X)*Y

④ LET R=Y-INT(X/Y)*Y

⑤ LET R=Y-INT(Y/X)*X

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

〔プログラム〕を変更して，x と y の最大公約数の代わりに x と y の最小公倍数を求めるようにしたい。

自然数 x と y の最小公倍数と最大公約数について，[ケ]。このことを用いると，新たに

LET T=[コ]

という行を〔プログラム〕の[サ]の部分に挿入し，さらに[イ]を[シ]に変更することで，x と y の最小公倍数を求めることができる。

(6) [ケ]に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 最小公倍数が最大公約数よりも大きくなるのは，$x > y$ の場合だけである
① 最小公倍数と最大公約数の和は，x と y の和に等しい
② 最小公倍数と最大公約数の差は，x と y の差に等しい
③ 最小公倍数と最大公約数の積は，x と y の積に等しい
④ 最小公倍数を最大公約数で割った商は，x を y で割った商に等しい

(7) [コ]に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ X>Y　① X<Y　② X+Y　③ X-Y　④ X*Y　⑤ X/Y

(8) [サ]に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 100 行の前　① 100 行と 110 行の間
② 160 行と 170 行の間　③ 200 行と 210 行の間
④ 250 行と 260 行の間　⑤ 260 行と 270 行の間

(9) [シ]に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ T/X　① T/Y　② X/T　③ T　④ X*T　⑤ Y*T